

دستخط نگران کار

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی

پی ایچ ڈی (ریاضی) انٹرنس ٹسٹ - 2023

PhD (Mathematics) Entrance Test - 2023

پرچہ سوالات مع جوابی بیاض Question Paper cum Answer Script

وقت : دو گھنٹے
نمبرات : 70

ہال ٹکٹ نمبر

For Office Use

OMR Serial No.

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی

پی ایچ ڈی (ریاضی) انٹرنس ٹسٹ - 2023

PhD (Mathematics) Entrance Test - 2023

پرچہ سوالات مع جوابی بیاض Question Paper cum Answer Script

امیدواروں کے لیے ہدایات

For Office Use

1. اوپر فراہم کی گئی جگہ پر امیدوار اپنا OMR اور ہال ٹکٹ نمبر لکھیں۔ اس کے علاوہ کتابچے میں کسی بھی صفحے پر ہال ٹکٹ نمبر، OMR نمبر یا اپنا نام نہ لکھیں۔
2. یہ پرچہ سوالات کل (12) صفحات پر مشتمل ہے۔ آخر کے 3 صفحات Rough Work کے لیے ہیں۔ اگر اس کتابچے میں صفحات کم ہوں یا اس کی ترتیب میں کوئی غلطی ہو تو جوابات لکھنے سے پہلے ہی نگران کار سے اسے تبدیل کروالیں۔ حصہ دوم (Part B) میں جوابات کے لیے علاحدہ 8 صفحات کا کتابچہ (Booklet) فراہم کیا جائے گا۔
3. یہ کتابچے دو حصوں (Parts A, B) پر مشتمل ہے۔ پہلے حصے (Part A) میں جملہ 50 معروضی سوالات (MCQ) ہیں۔ ہر سوال کے نیچے 4 متبادل (A) (B) (C) (D) جوابات دیے گئے ہیں۔ سوال کے صحیح جواب کا انتخاب کیجیے۔ پھر OMR جوابی بیاض میں اپنے منتخب کردہ جواب کے دائرے کو صرف Blue / Black Ballpoint Pen سے گہرا کیجیے۔ ہر سوال کا ایک (1) نمبر مختص ہے۔ حصہ دوم (Part B) چار سوالات (Descriptive) پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے 5 نمبرات مختص ہیں۔
4. امیدوار کو نمبرات صرف OMR جوابی بیاض میں صحیح جواب دینے پر دیے جائیں گے۔ اگر اس کتابچے میں امیدوار نے جواب پر نشان لگایا ہو لیکن OMR میں دائرے کو گہرا نہ کیا ہو تو ایسی صورت میں امیدوار کو کوئی نمبر نہیں ملے گا۔
5. اگر ایک سے زیادہ دائروں کو گہرا کیا گیا ہو تو اس سوال کے نمبر نہیں ملیں گے۔
6. غلط جواب پر کوئی Negative Marks نہیں ہے۔
7. انٹرنس ٹسٹ کے اختتام پر امیدوار کتابچہ پرچہ سوالات اپنے ساتھ لے جاسکتے ہیں۔

حصہ اول (Part - A)

Section-I (Research Methodology) تحقیق کے طریقہ کار

- 1- "Thesis" لکھنے کا Format وہی ہے جو کہ:
- (A) سمینار کو پیش کرنے کے لیے لکھنا
(B) تحقیقی پرچہ / مضمون کو تیار کرنا
(C) تحقیقی ڈیزرٹیشن کا
(D) ورکشاپ کو پیش کرنے کا پرچہ
- 2- مندرجہ ذیل میں سے کون سا طریقہ تحقیق کا نہیں ہے؟
- (A) سروے
(B) تاریخی
(C) مشاہدہ
(D) یہ سبھی
- 3- تحقیق کون کامیابی کے ساتھ کر سکتا ہے؟
- (A) جو کہ ایک انسان محنتی ہو
(B) جس کے پاس ماسٹر ڈگری ہو
(C) جو کہ تحقیق کے طریقوں کا مطالعہ کر چکا ہو
(D) جس کے پاس سوچنے اور سمجھنے کی صلاحیت ہو
- 4- بنیادی تحقیق کا دوسرا نام ہے۔
- (A) سروے
(B) پائیلٹ مطالعہ
(C) خالص تحقیق
(D) تحقیق عمل
- 5- سروے ایک مطالعہ کی مثال ہے۔
- (A) Descriptive
(B) Fact Findings
(C) Analytical
(D) Systematic
- 6- لفظ "Research" میں "A" کس کو ظاہر کرتا ہے؟
- (A) Articulate
(B) Artist
(C) Article
(D) ان میں سے کوئی نہیں
- 7- تدریس پر بابائے تحقیق اسے کہا جاتا ہے۔
- (A) Dold T. Cambell
(B) Egon Brunswik
(C) David Berlinger
(D) Garg
- 8- کسی تحقیق کی گہرائی کو تصدیق کرتے ہیں۔
- (A) تحقیق کے عنوان کے ذریعہ
(B) تحقیق کے وقت کے ذریعہ
(C) تحقیق کے مقاصد کے ذریعہ
(D) تحقیق پر جملہ استعمال ہوئے وقت کے ذریعہ

9- تجرباتی تحقیق میں کس عمل کی ضرورت نہیں ہوتی ہے؟

- (A) مشاہدہ
(B) Controlling
(C) Manipulation and Replication
(D) ان میں سے کوئی نہیں

10- ایک ماں اپنے بیٹے سے دوگنا (Twice) بڑی ہے۔ اگر 20 سال پہلے ماں کی عمر کی اپنے بیٹے سے 10 گنا (10 Times) زیادہ تھی تو آج ماں کی عمر کیا ہے؟

- (A) 40 سال
(B) 45 سال
(C) 38 سال
(D) 43 سال

11- 280 کا 40% ہے۔

- (A) 116
(B) 112
(C) 120
(D) 118

12- رامونے ایک گھڑی 2500 روپے میں فروخت کی۔ اگر گھڑی کی خرید قیمت 2000 روپے ہو تو اس کو کتنے فیصد فائدہ ہوا؟

- (A) 23%
(B) 27%
(C) 25%
(D) 29%

13- Brief کا Synonym ہے۔

- (A) Little
(B) Partial
(C) Limited
(D) Short

14- RQP, ONM ___ IHG, FED خالی جگہ میں کیا ہوگا

- (A) LKI
(B) CDE
(C) LKJ
(D) BAC

15- مندرجہ ذیل میں سے کون دوسروں سے مختلف ہے؟

- (A) یارڈ
(B) انچ
(C) کلوگرام
(D) سینٹی میٹر

16- اگر 'NOIDA' کو کسی زبان میں 'OPJEB' کو ڈیا جائے تو 'DELHI' کا اس زبان میں کوڈ ہوگا؟

- (A) IHLED
(B) FGKJ
(C) CDKGH
(D) EFMIJ

17- $\frac{(14)^2 - (7)^2 \times 2}{7 \times 4}$ کا عدد کیا ہوگا؟

- (A) 35
(B) 98
(C) 350
(D) ان میں سے کوئی نہیں

$$\frac{1120}{\sqrt{\quad}} = 80 \quad -18$$

- 374 (B) 196 (A)
225 (D) 149.67 (C)

-19 اس سلسلہ کو پورا کیجیے۔

2, 5, 9, 19, 37

- 75 (B) 74 (A)
ان میں سے کوئی نہیں (D) 76 (C)

-20 اس سلسلہ کو پورا کیجیے۔

48, 24, 12

- 2 (B) 8 (A)
6 (D) 4 (C)

-21 موہن کی سمت رام کی سمت میں شمال میں مشرق میں اور شیم کی سمت جوہن کے شمال میں ہے۔ رانی کی سمت جوہن کے جنوب میں ہے۔ تو موہن کی سمت رانی کی سمت سے کیا ہوگی؟

- (A) جنوب-شمال (South-North)
(B) جنوب-مشرق (South West)
(C) جنوب (South)
(D) شمال (North)

-22 60 لیٹر دودھ اور پانی کا آمیزہ جس میں 10% پانی ہے۔ اس آمیزہ میں پانی کی مقدار 20% کرنے کے لیے کتنا پانی ملانا ہوگا؟

- (A) 8 لیٹر
(B) 7 لیٹر
(C) 6.5 لیٹر
(D) 7.5 لیٹر

-23 ایک نل ایک پانی کے ٹینکر کو 6 گھنٹے میں بھر سکتا ہے جب کہ دوسرا نل اسی ٹینکر کو 12 گھنٹے میں خالی کر سکتا ہے۔ اگر دونوں نلوں کو ایک ساتھ کھول دیں تو ٹینکر بھرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

- (A) 10 گھنٹے
(B) 14 گھنٹے
(C) 12 گھنٹے
(D) 16 گھنٹے

-24 مندرجہ ذیل میں خالی جگہ کو پورا کیجیے۔

18.834 + 818.34 618.43

- 217.844 (B) 217.644 (A)
217.744 (D) 218.744 (C)

-25 مندرجہ ذیل میں خالی جگہ کو پُر کیجیے۔

RQP, ONM ____ IHG, FED

- BAC (B) CDE (A)
LKI (D) LKJ (C)

ریاضی (Mathematics)

Section -II (Concerned Subject)

$$A^{2015} = \dots \text{ ہو تب } \theta = \frac{2\pi}{31} \text{ اور } A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \text{ اگر } -26$$

A (B) I (A)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ (D)} \quad \begin{pmatrix} \cos 13\theta & \sin 13\theta \\ -\sin 13\theta & \cos 13\theta \end{pmatrix} \text{ (C)}$$

-27 فرض کرو کہ $G=(Q, +)$ ایک گروپ ہے تب G پر خود مارفیت (Automorphism) کی Cardinality ہے۔

(A) 1 (اکائی نقش - Identity Map) (B) متناہی ایک سے زیادہ

(C) شمار پذیر (Countable) لیکن متناہی (Finite) نہیں (D) غیر شمار پذیر (Uncountable)

$$-28 \text{ فرض کرو کہ } W = \{x - y, x + y, x + y + z / x, y, z, \in \mathbb{R}\}$$

(A) \mathbb{R}^3 کی تحت فضا (Subspace) ہے

(B) \mathbb{R}^3 کی تحت فضا (Subspace) نہیں ہے

(C) $\forall \alpha, \beta \in W$ اور $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ، $a\alpha + b\beta \notin W$

(D) ان میں سے کوئی نہیں

-29 رنگ $\mathbb{Z} / 120\mathbb{Z}$ میں کتنے Idempotents ہیں۔

(A) 2 (B) 4

(C) 8 (D) ان میں سے کوئی نہیں

-30 فرض کرو کہ A ایک حقیقی Symmetric ماتریس ہے جس کے مختلف (Eigenvalues) ہیں اور B ایک حقیقی ہے $n \times n$ ماتریس ہے جو A سے

تقلیبی کلیہ (Commutative Law) پورا کرتا ہے تب:

(A) B کے Eigenvalues 'خیالی' (Imaginary) ہیں (B) A اور B کے Eigen Vector مختلف ہیں

(C) B Diagonalizable ہے (D) ان میں سے کوئی نہیں

$$-31 \text{ فرض کرو کہ ملٹف متغیر (Complex Variable) } z = x + iy \text{ کے تفاعل } f(z) = \frac{1}{(z^2 - 6z + 8)}$$

کے حقیقی (Real) اور خیالی (Imaginary) حصے u اور v ہیں۔ اگر 'c' Clockwise سمت میں ایک (Simple Closed Curve) ہے تب

$$= \oint_C udy + vdx$$

(A) $-\pi$ (B) π

(C) 0 (D) 2π

32- \mathbb{Z}_{10} کے یونٹ عناصر (Unit Elements) کتنے ہیں؟

- (A) 0
(B) 4
(C) 5
(D) 9

33- اگر کسی سٹ E کا Outer Measure صفر ہو تب:

- (A) Measurable E ہے
(B) Countable E ہے
(C) A اور B دونوں
(D) ان میں سے کوئی نہیں

34- اگر $O(G) = 49$ ہو تب:

- (A) Non-Abelian G ہے
(B) Cyclic G ہے
(C) G کے Centre کا رتبہ (order) 7 ہے
(D) ان میں سے کوئی نہیں

35- ایک 'm' کمیت والا زرہ بغیر رگڑ سے xz-plane کی منحنی $z = 1 + \frac{x^2}{2}$ پر پھسل رہا ہے جب کہ Gravity مستقل ہے تب حرکت کا

Lagrangian ہوگا۔

(A) $\frac{1}{2}mx^2(1+x^2) - mg\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)$
(B) $\frac{1}{2}mx^2(1+x^2) + mg\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)$

(C) $\frac{1}{2}mx^2x^2 - mg\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)$
(D) $\frac{1}{2}mx^2(1-x^2) - mg\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)$

36- $(2D^2 - 3DD' + D'^2)z = e^{x+2y}$ کا خصوصی تکمیل (Particular Integral) ہے۔

(A) $\frac{1}{2}e^{x+2y}$
(B) $\frac{-x}{2}e^{x+2y}$

(C) xe^{x+2y}
(D) x^2e^{x+2y}

37- فرض کرو کہ n ایک غیر منفی صحیح عدد (Non-negative Integer) ہے۔ حدودی شرائط $y(0) = y(2\pi), \frac{dy}{dx}(0) = \frac{dy}{dx}(2\pi)$

کے ساتھ Sturm-Liouville مسئلہ $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0$ کے Eigen Values ہیں۔

(A) n
(B) $n^2\pi^2$

(C) $n\pi$
(D) n^2

38- $\frac{\Delta^2}{E} \sin x$ کی قدر ہے۔

(A) $2 \sin x(\sinh + 1)$
(B) $2 \sin x(\sinh - 1)$

(C) $2 \sin x(\cos h + 1)$
(D) $2 \sin x(\cos h - 1)$

39 - $z = pq$ کا مکمل تکمیل (Complete Integral) ہے۔

$$2\sqrt{z} = \sqrt{a} + x\sqrt{b} + \sqrt{b} \quad (\text{B})$$

$$2\sqrt{y} = x\sqrt{a} + \frac{z}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} \quad (\text{A})$$

(D) ان میں سے کوئی نہیں

$$2\sqrt{z} = x\sqrt{a} + \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)y + b \quad (\text{C})$$

40 - $f(z) = \frac{z^3}{(z-1)^3(z-2)(z-3)}$ کا Residue ہے۔ $z=3$

$$-8 \quad (\text{B})$$

$$101/16 \quad (\text{A})$$

$$0 \quad (\text{D})$$

$$27/16 \quad (\text{C})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^4} \sum_{k=0}^{2n-1} k^3 = \quad -41$$

$$8 \quad (\text{B})$$

$$1 \quad (\text{A})$$

$$16 \quad (\text{D})$$

$$4 \quad (\text{C})$$

42 - اگر $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ اور I ایک 3×3 ماتریس اس طرح ہے کہ $6A^{-1} = aA^2 + bA + cI$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ تب $(a, b, c) =$

$$(1, -1, 2) \quad (\text{B})$$

$$(1, 2, 1) \quad (\text{A})$$

$$(1, 4, 1) \quad (\text{D})$$

$$(4, 1, 1) \quad (\text{C})$$

43 - $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ماتریس کے Eigen Values ہیں۔

$$2, -1 \pm \sqrt{3} \quad (\text{B})$$

$$1, 2, -1 \quad (\text{A})$$

$$1, -2, 1 \quad (\text{D})$$

$$2, \sqrt{3}, -\sqrt{3} \quad (\text{C})$$

44 - میدان Q (Field) پر اگر $p(x) = \sqrt{2} + \sqrt{-2}$ کی اقل ترین کثیر رکن (Minimal Polynomial) ہے تب $p(\sqrt{2})$ ہے۔

$$20 \quad (\text{B})$$

$$10 \quad (\text{A})$$

(D) ان میں سے کوئی نہیں

$$30 \quad (\text{C})$$

45- اگر $[a, b]$ پر $f(x) = e^{-x}$ اور $g(x) = e^x$ ہو تب کوشی کے اوسط قیمت نظریہ (Cauchy Mean Value Theorem) کے کی قدر ہیں:

$$\frac{a+b}{ab} \quad (B) \quad \sqrt{ab} \quad (A)$$

$$\frac{ab}{a+b} \quad (D) \quad \frac{a+b}{2} \quad (C)$$

46- بردار (Vector) $u = [3 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}]^T$ اور $v = [7, 1 + 2\sqrt{2}]^T$ میں \mathbb{R}^2

(A) \mathbb{R} پر غیر تابع (Linearly Independent) ہیں (B) \mathbb{C} پر (Linearly Independent) ہیں

(C) \mathbb{Q} پر (Linearly Independent) ہیں (D) یہ سبھی

47- فرض کرو کہ $R := \mathbb{Z}/2020\mathbb{Z}$ ایک Quotient Ring ہے تب R کے کتنے Ideals ہیں۔

$$12 \quad (B) \quad 1 \quad (A)$$

$$2020 \quad (D) \quad 20 \quad (C)$$

48- ذیل کا کون سا سلسلہ مسترد ہے:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \log n \quad (B) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \quad (A)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n} \quad (D) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2} \quad (C)$$

49- ذیل کا کون سا طریقہ $f(x)=0$ کے (Roots) ریشے پر مسترد (Converge) ہوگا۔

(A) Newton-Raphson طریقہ (B) Regula-Falsi طریقہ

(C) Secant طریقہ (D) یہ سبھی

50- $r + t + 2s = 0$ کا عام حل ہے۔

$$z = \phi_1(y-x) + x\phi_2(y-x) \quad (B) \quad z = \phi_1(y-x) - x\phi_2(y-x) \quad (A)$$

$$z = \phi_1(y+x) + x\phi_2(y+x) \quad (C) \quad \text{ان میں سے کوئی نہیں} \quad (D)$$

حصہ دوم (Part - B)

Descriptive

(4 X 5 = 20 marks)

چاروں سوالات کے جواب لکھیے:

(Research Methodology)

1- تجزیاتی تحقیقی طریقہ کار (Qualitative Research Methodology) پر بحث کیجیے۔

2- تحقیقی پیپر کو لکھتے وقت استعمال ہونے والے مختلف مرحلوں (Steps) کو بیان کیجیے۔

(Subject Concerned)

3- بتلاؤ کہ میدان F کا 'Prime Field' \mathbb{Q} یا $\mathbb{Z}/(p)$ سے Isomorphic ہوگا۔

4- مساوات $z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2$ کا عام حل معلوم کرو۔

Rough Work

Rough Work

Rough Work